Schüler Experimente

Versuchsanleitung

PLANCK'SCHER GERÄTESATZ „STB"

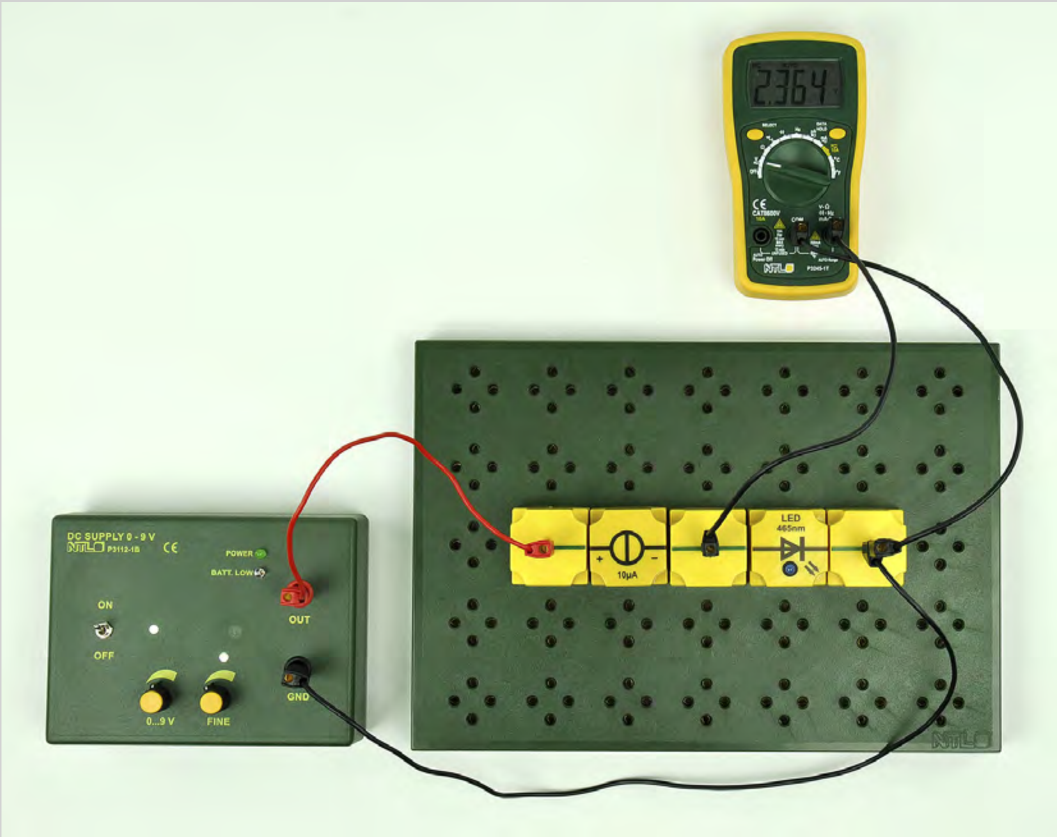
P9901-PK

www.ntl.at

PLANCK'SCHES WIRKUNGSQUANTUM
(INVERSER INNERER PHOTOEFFEKT)

RAS 7.1

Benötigte Boxen:
P9901-4D Elektrik 1
P9901-PK Planck'scher Gerätesatz „STB"



Material:
1x Steckplatte
2x Verbindungsleitung schwarz, 25 cm
1x Verbindungsleitung rot, 50 cm
1x Verbindungsleitung blau, 50 cm
2x STB Anschluss
1x STB Leitung gerade, mit Buchse
1x STB Strombegrenzung I=10µA
1x STB LED λ=405nm
1x STB LED λ=465nm
1x STB LED λ=565nm
1x STB LED λ=585nm
1x STB LED λ=660nm
1x STB LED λ=870nm

Zusätzlich erforderlich:
1x Messinstrument, z.B. P3212-12 oder P3245-1M
1x Spannungsversorgung, z.B. Batterieversorgung P3112-1B

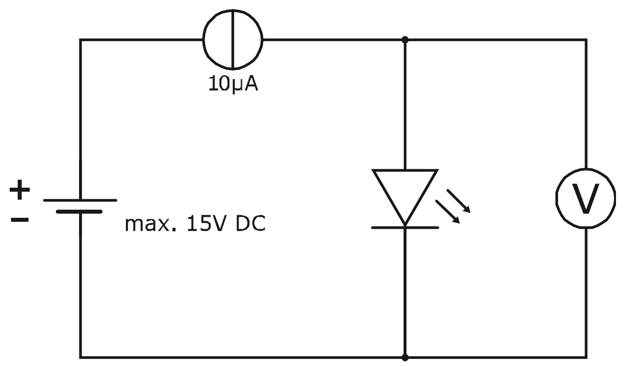
PLANCK'SCHES WIRKUNGSQUANTUM (INVERSER INNERER PHOTOEFFEKT)

Legt man an eine Leuchtdiode (LED) in Durchlassrichtung eine niedrige elektrische Spannung an, so fließt zunächst kein Strom. Die Elektronen können die Sperrschicht am pn-Übergang nicht überwinden. Wird die Spannung erhöht, gelangen schließlich immer mehr Elektronen in die p-Schicht und rekombinieren dort mit den sogenannten „Löchern". Der dabei freiwerdende diskrete Energiebetrag wird als Licht einer bestimmten Wellenlänge bzw. Frequenz emittiert (Inverser innerer Photoeffekt).

Durchführung:

Die Spannung U bei einer konstanten Stromstärke von I=10µA werden gemessen.

Unter Verwendung der Messergebnisse bei LEDs verschiedener Farben (Wellenlängen) wird der Wert des Planck'schen Wirkungsquantums h errechnet.



Versuch:

- Baue die Schaltung gemäß der Abbildung und Skizze auf.
- Damit der Diode kein Schaden zugefügt wird, verwenden wir einen Strombegrenzungs-baustein mit I=10µA.

  Achtung:
  Die verwendete Spannung muss stabilisiert und geglättet sein. Zur Durchführung empfehlen wir daher die Batterieversorgung 0 – 9 Volt P3112-1B.
  Unbedingt die Polarität beachten!
- Verwende zuerst die Diode mit der kleinsten Wellenlänge.
- Erhöhe die Spannung an der Stromversorgung.
- Sobald sich die Spannung am Voltmeter nicht mehr erhöht, ist die Durchfluss-Spannung erreicht.

- Trage diesen Wert für die Spannung dann in die Tabelle ein.
- Vor dem Wechseln des LED-Bausteins muss die Spannung zuerst wieder bis auf U=0V zurückgeregelt werden! Setze dann den nächsten LED-Baustein ein.
- Miss die LED-Durchfluss-Spannungen für alle LEDs und trage die Messergebnisse in die Tabelle ein. In heller Schrift siehst Du die Werte einer unserer Messreihen.

λ/nm	$U_{10\mu A}$/V	$U_{10\mu A}$/V
405		2,682
465		2,344
565		1,661
585		1,608
660		1,458
870		0,969

- Rechne die Wellenlängen der LEDs in Frequenzen gemäß der Formel $f = c / \lambda$ um und trage die Werte in die Tabelle ein. Beachte, dass die Wellenlänge in nm angegeben ist!

Farbe	λ/nm	f/Hz	$U_{10\mu A}$/V
violett	405		
blau	465		
grün	565		
gelb	585		
rot	660		
IR	870		

Berechnung des Planck'schen Wirkungsquantums h aus den Messwerten:

Durch die an der LED anliegende äußere Spannung U ist die potentielle Energie der Elektronen $W_{pot} = e \cdot U$,

mit der Ladung des Elektrons $e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C und der LED-Durchfluss-Spannung U.

Innerhalb der LED geben die Elektronen ihre Energie an das Photon ab, das ausgesendet wird (Energieerhaltung):

$$W_{ph} = h \cdot f,$$

mit dem Planck'schen Wirkungsquantum $h = 6{,}6260755 \cdot 10^{-34}$ J·s und der Frequenz des emittierten Photons f.

Dann können wir die beiden Energien gleichsetzen und erhalten:

$$e \cdot U = h \cdot f.$$

Eine Elementarumformung liefert uns die Gleichung:

$$U = \frac{h}{e} \cdot f\,.$$

Wir erkennen die Struktur einer Geradengleichung $y = m \cdot x$. In diesem Fall mit der Steigung $m = \frac{h}{e}$.

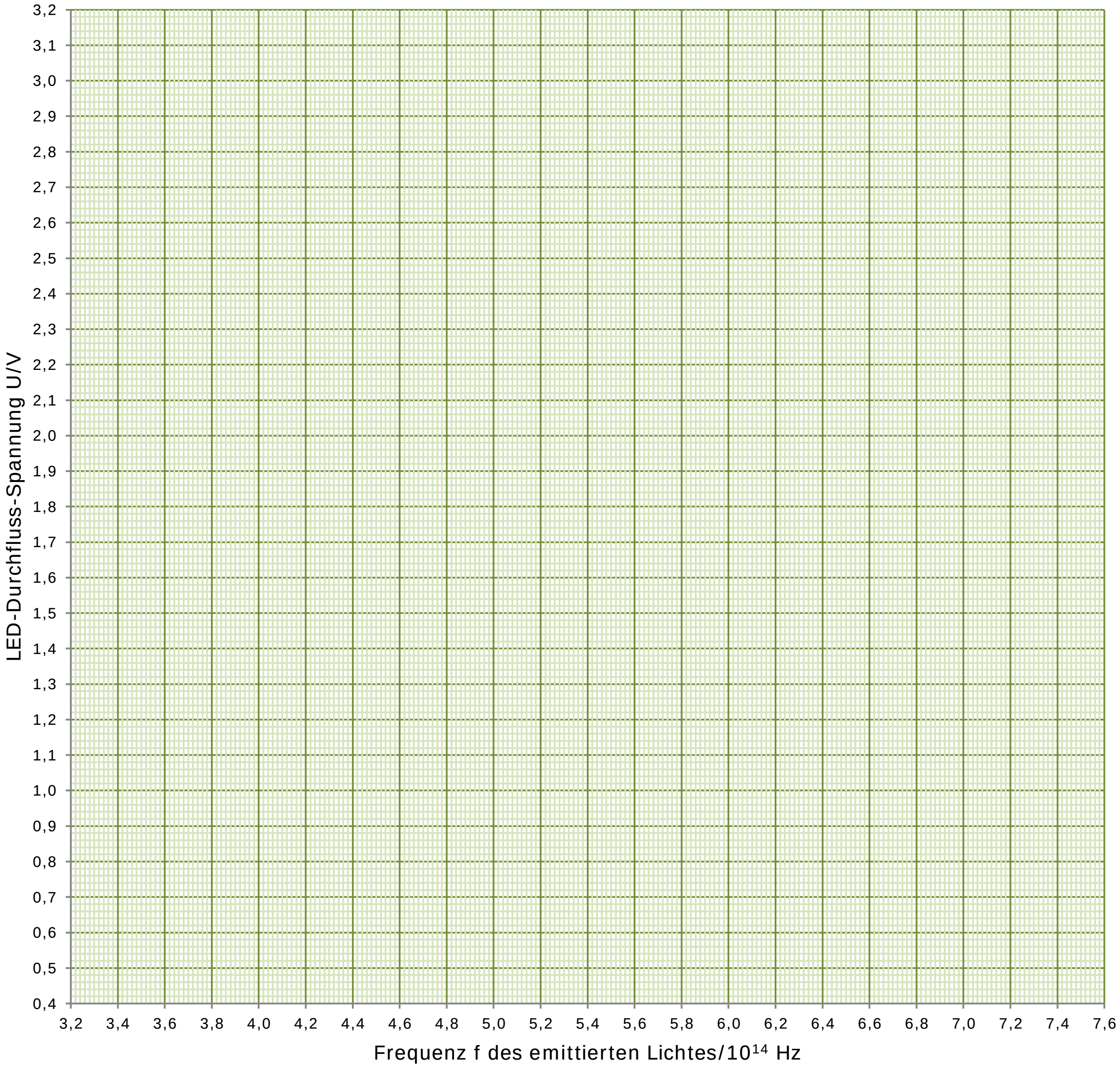
Eine kurze Durchsicht zeigt:

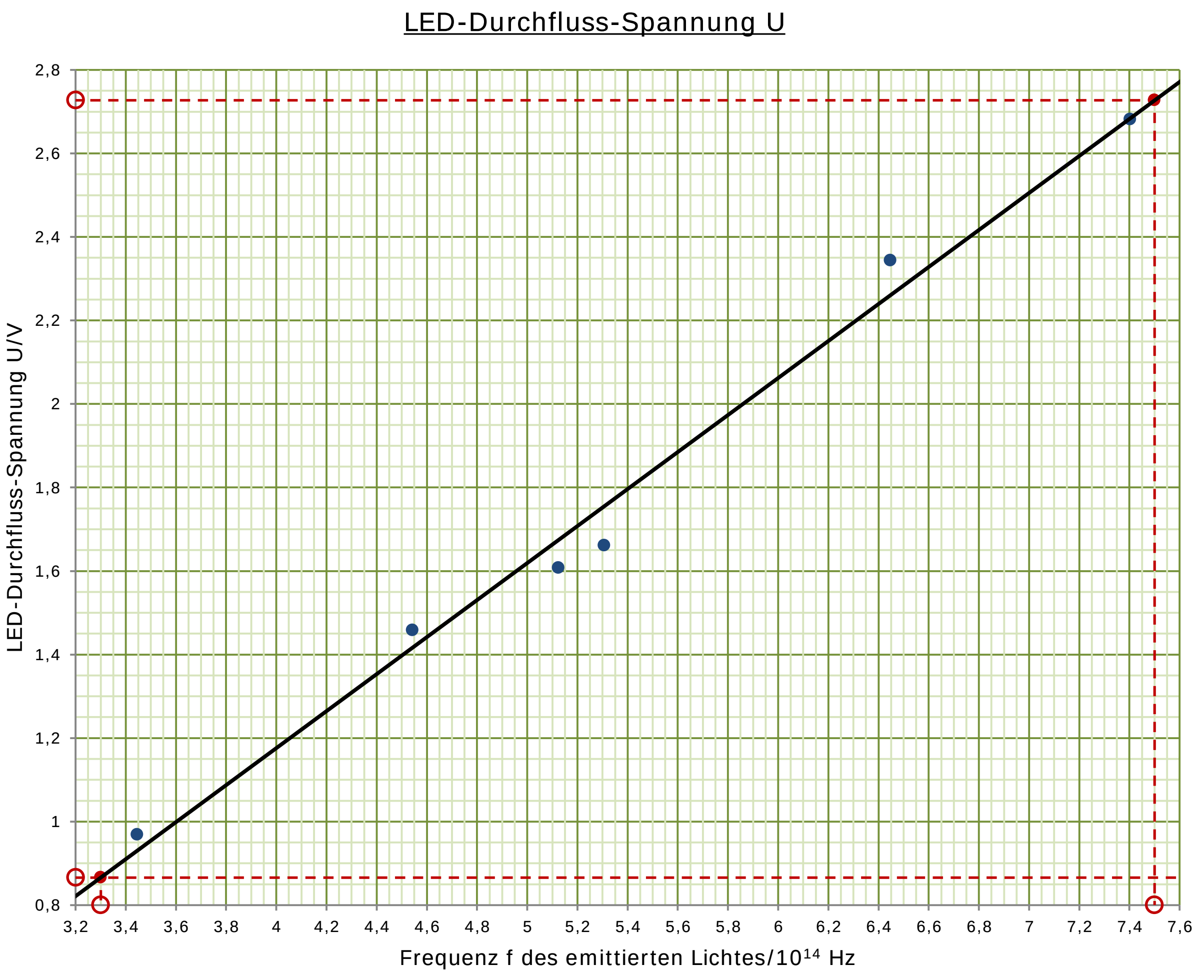
- Die LED-Durchfluss-Spannung U haben wir gemessen.
- Die Ladung e des Elektrons ist uns bekannt.
- Die Frequenz f haben wir aus der angegebenen Wellenlänge auf der LED berechnet.

Wir können die Werte der LED-Durchfluss-Spannung U und der Frequenz f in ein Diagramm einzeichnen und eine Ausgleichsgerade durch die Werte legen:

PLANCK'SCHES WIRKUNGSQUANTUM (INVERSER INNERER PHOTOEFFEKT)

RAS 7.1




LED-Durchfluss-Spannung U
2,8
2,6
2,4
2,2
2
1,8
1,6
1,4
1,2
1
0,8
LED-Durchfluss-Spannung U/V
3,2 3,4 3,6 3,8 4 4,2 4,4 4,6 4,8 5 5,2 5,4 5,6 5,8 6 6,2 6,4 6,6 6,8 7 7,2 7,4 7,6
Frequenz f des emittierten Lichtes/10^14 Hz

Bestimmung der Steigung der Ausgleichsgeraden:

Die für uns wichtige Information steckt in der Steigung der Ausgleichsgeraden, die wir in das Diagramm eingezeichnet haben. Wir bestimmen diese Steigung, indem wir auf der Ausgleichsgeraden zunächst zwei Punkte markieren, die aber keine Messwerte sein dürfen. Außerdem sollen die Punkte möglichst weit voneinander entfernt liegen. Wir notieren uns die Koordinaten dieser Punkte:

(f_1 = , U_1 =) ($f_1 = 3{,}3\cdot10^{14}$ Hz, $U_1 = 0{,}87$ V)

und

(f_2 = , U_2 =) ($f_2 = 7{,}5\cdot10^{14}$ Hz, $U_2 = 2{,}73$ V).

Die Steigung m ist dann gegeben durch:

$$m = \frac{U_2 - U_1}{f_2 - f_1} =$$

$$m = \frac{U_2 - U_1}{f_2 - f_1} = \frac{2{,}73\ \text{V} - 0{,}87\ \text{V}}{7{,}5\cdot10^{14}\ \text{Hz} - 3{,}3\cdot10^{14}\ \text{Hz}} = \frac{1{,}86\ \text{V}}{4{,}2\cdot10^{14}\ \text{Hz}} = 4{,}4\cdot10^{-15}\ \frac{\text{V}}{\text{Hz}}$$

Die Steigung ist aber auch (siehe oben) $m = \frac{h}{e}$, d.h., mit der bekannten Ladung e des Elektrons erhalten wir für das Planck'sche Wirkungsquantum den Wert

$$h = m\cdot e = \qquad \cdot 1{,}602\cdot10^{-19}\ \text{C} = \qquad \frac{\text{V}}{\text{Hz}}\cdot\text{C}.$$

$$h = m\cdot e = 4{,}4\cdot10^{-15}\ \frac{\text{V}}{\text{Hz}} \cdot 1{,}602\cdot10^{-19}\ \text{C} = 7{,}0\cdot10^{-34}\ \frac{\text{V}}{\text{Hz}}\cdot\text{C}.$$

Wir schreiben die Einheit noch etwas um

$$1\ \frac{\text{V}}{\text{Hz}}\cdot\text{C} = 1\ \frac{\text{V}\cdot\text{C}}{\frac{1}{\text{s}}} = 1\ \frac{\text{J}}{\frac{1}{\text{s}}} = 1\ \text{J}\cdot\text{s}$$

und erhalten als Endergebnis:

$$\boxed{h = \qquad .}$$

$h = 7{,}0\cdot10^{-34}$ J·s.

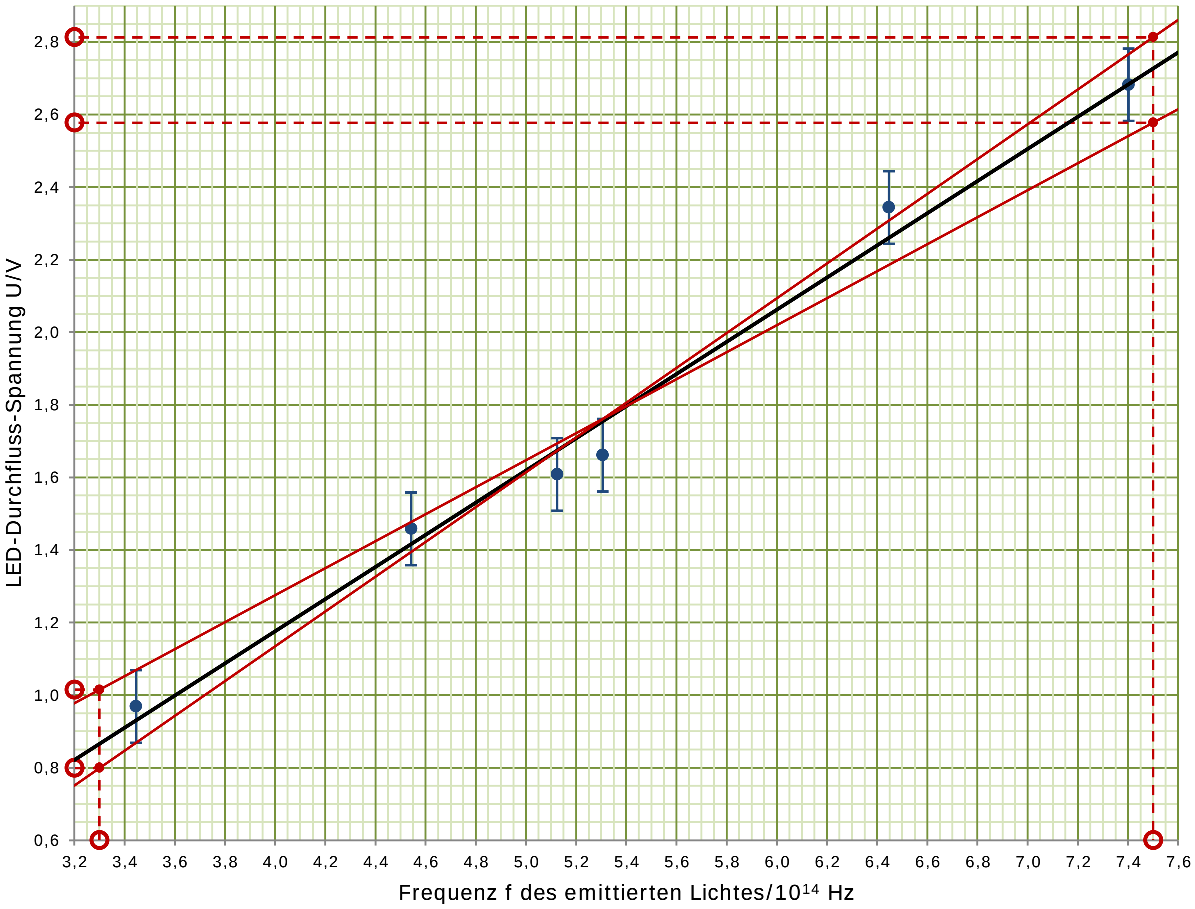
Fehlerabschätzung anhand der extremen Geraden:

Um die Genauigkeit unseres Ergebnisses abschätzen zu können, verwenden wir die Methode der extremen Geraden. Wir zeichnen hierfür zunächst für jeden unserer Messwerte die Messungenauigkeit (Fehler) als Fehlerbalken vom Messwert ausgehend nach oben und unten in unser Diagramm ein. Als Richtwert kann hier der Anzeigefehler des verwendeten Messgeräts dienen, der in der Regel als Klassensymbol im linken unteren Bereich auf der Skala des Messinstrumentes aufgedruckt ist. Er gibt die Messungenauigkeit des Messinstruments in Prozent bezogen auf den Höchstwert des jeweils gewählten Anzeigebereiches an. (Hinweis: Die Wellenlängen der einzelnen LEDs in unserem Versuch – und damit auch die errechneten Frequenzen – sind natürlich strenggenommen auch fehlerbehaftet. Wir wollen dies bei unserer Auswertung jedoch vernachlässigen.)

Wir zeichnen dann eine möglichst steile Gerade ein, die mit den Fehlergrenzen unserer Messwerte gerade noch vereinbar ist. Als Richtlinie kann man hier die Gerade durch die untere Fehlergrenze des kleinsten Messwertes und die obere Fehlergrenze des größten Messwertes nehmen. Wir erhalten damit eine (steilste) Gerade, die steiler als unsere Ausgleichsgerade ist, ihre Steigung ist größer.

Entsprechend zeichnen wir eine möglichst flache Gerade ein, die ebenfalls mit den Fehlergrenzen unserer Messwerte vereinbar ist. Ähnlich wie oben dient hier die Gerade durch die obere Fehlergrenze des kleinsten Messwertes und die untere Fehlergrenze des größten Messwertes als Richtlinie. Wir erhalten damit eine (flachste) Gerade, die flacher als unsere Ausgleichsgerade ist, ihre Steigung ist kleiner.

Fehlerabschätzung



Die erwähnten Richtliniengeraden sollen in erster Linie der Veranschaulichung und Erklärung des Verfahrens dienen. Sie sind nicht immer als extreme Geraden geeignet. Dies hängt unter anderem immer von der Streuung der Messwerte, aber auch von der jeweiligen Größe der Messunsicherheit für den einzelnen Messwert ab. In unserem Fall können wir annehmen, dass die Messunsicherheiten über den gesamten Messbereich gleich groß sind; dies muss nicht immer der Fall sein. Wenn an einem Messgerät während einer Messreihe der Messbereich geändert wird, so ändert sich auch die Messunsicherheit. Spätestens dann ist eine Gewichtung der Messwerte und ihrer Unsicherheiten vorzunehmen. Eine sinnvolle Fehlerabschätzung erfordert auch etwas Übung und Erfahrung. Es ist aber immer besser, einen eher zu großen Fehler als gar keinen Fehler anzugeben.
Es sei noch darauf hingewiesen, dass es in vielen Fällen nicht möglich ist, extreme Geraden zu finden, die mit allen Fehlergrenzen vereinbar sind.

Genau wie bei der Auswertung der Steigung der Ausgleichsgeraden ermitteln wir jetzt die Steigungen dieser steilsten und flachsten Geraden und erhalten daraus zwei extreme Werte für das Planck'sche Wirkungsquantum, die wir zur Abschätzung unseres Fehlers verwenden können.

PLANCK'SCHES WIRKUNGSQUANTUM (INVERSER INNERER PHOTOEFFEKT)

RAS 7.1

Wir ermitteln die folgenden Werte:

Steilste Gerade: (f_{st1} = , U_{st1} =) ($f_{st1} = 3{,}3\cdot10^{14}$ Hz, $U_{st1} = 0{,}80$ V)

(f_{st2} = , U_{st2} =) ($f_{st2} = 7{,}5\cdot10^{14}$ Hz, $U_{st2} = 2{,}81$ V)

Flachste Gerade: (f_{fl1} = , U_{fl1} =) ($f_{fl1} = 3{,}3\cdot10^{14}$ Hz, $U_{fl1} = 1{,}01$ V)

(f_{fl2} = , U_{fl2} =) ($f_{fl2} = 7{,}5\cdot10^{14}$ Hz, $U_{fl2} = 2{,}58$ V)

Für die Steigung m_{st} der steilsten Gerade ergibt sich damit

$$m_{st} = \frac{U_{st2}-U_{st1}}{f_{st2}-f_{st1}} = \qquad ,$$

$$m_{st} = \frac{U_{st2}-U_{st1}}{f_{st2}-f_{st1}} = \frac{2{,}81\text{ V} - 0{,}80\text{ V}}{7{,}5\cdot10^{14}\text{ Hz} - 3{,}3\cdot10^{14}\text{ Hz}} = \frac{2{,}01\text{ V}}{4{,}2\cdot10^{14}\text{ Hz}} = 4{,}8\cdot10^{-15}\,\frac{\text{V}}{\text{Hz}},$$

und wir erhalten den Maximalwert h_{max} für das Planck'sche Wirkungsquantum

$$h_{max} = m_{st}\cdot e = \qquad \cdot 1{,}602\cdot10^{-19}\text{ C} = \qquad .$$

$$h_{max} = m_{st}\cdot e = 4{,}8\cdot10^{-15}\,\frac{\text{V}}{\text{Hz}} \cdot 1{,}602\cdot10^{-19}\text{ C} = 7{,}7\cdot10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}.$$

Für die Steigung m_{fl} der flachsten Gerade ergibt sich damit

$$m_{fl} = \frac{U_{fl2}-U_{fl1}}{f_{fl2}-f_{fl1}} = \qquad ,$$

$$m_{fl} = \frac{U_{fl2}-U_{fl1}}{f_{fl2}-f_{fl1}} = \frac{2{,}58\text{ V} - 1{,}01\text{ V}}{7{,}5\cdot10^{14}\text{ Hz} - 3{,}3\cdot10^{14}\text{ Hz}} = \frac{1{,}57\text{ V}}{4{,}2\cdot10^{14}\text{ Hz}} = 3{,}7\cdot10^{-15}\,\frac{\text{V}}{\text{Hz}},$$

und wir erhalten den Minimalwert h_{min} für das Planck'sche Wirkungsquantum

$$h_{min} = m_{fl}\cdot e = \qquad \cdot 1{,}602\cdot10^{-19}\text{ C} = \qquad .$$

$$h_{min} = m_{fl}\cdot e = 3{,}7\cdot10^{-15}\,\frac{\text{V}}{\text{Hz}} \cdot 1{,}602\cdot10^{-19}\text{ C} = 5{,}9\cdot10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}.$$

Der Fehler bzw. die Messungenauigkeit Δh, die wir für unser Endergebnis angeben können, ist dann gegeben durch:

$$\Delta h = \frac{h_{max} - h_{min}}{2} = \qquad .$$

$$\Delta h = \frac{h_{max} - h_{min}}{2} = 0{,}9\cdot10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s}.$$

Das Endergebnis unseres Versuches geben wir zusammen mit der Messunsicherheit in der folgenden Form an:

h = (±) .

$h = (7{,}0 \pm 0{,}9) \cdot 10^{-34}$ J·s.

Das ist also letztendlich ein Fehler von 13%, der für einen solchen vereinfachten Versuchsaufbau mit den vielen notwendigen Annahmen durchaus akzeptabel ist. Innerhalb der Fehlergrenzen ist unsere Messung gut bzw. schlecht mit dem Literaturwert für das Planck'sche Wirkungsquantum $6{,}6260755 \cdot 10^{-34}$ J·s vereinbar:

[ ] · .

$[6{,}1 \ldots 6{,}63 \ldots 7{,}0 \ldots \ldots \ldots 7{,}9] \cdot 10^{-34}$ J·s.

Hinweis: Die Abweichung einer aus Messwerten berechneten physikalischen Größe zu einem in der Literatur angegeben Wert ist nicht der Fehler dieser physikalischen Größe! Als Fehler wird eine (Mess)-Unsicherheit bezeichnet, die durch die Messung und die Art der Messung begründet ist.

Bestimmung der Ausgleichsgeraden durch lineare Regression:

Man mag die Methode der zeichnerischen Ausgleichsgerade vielleicht als willkürlich kritisieren. Sie ist aber eine erstaunlich gute Methode – das hat sich in der jahrelangen praktischen Anwendung gezeigt – und für den Schülerversuch absolut ausreichend genau und didaktisch sehr gut geeignet, weil sie anschaulich ist.
Eine von Willkür freie Methode ist die Gauß'sche Methode der kleinsten Abweichungsquadrate. Sie erfordert etwas mehr mathematischen Aufwand und Rechendisziplin und muss zuvor zwingend umfassend motiviert und erklärt werden. Nach ihr ergibt sich die Steigung m der optimalen Geraden U(f) = m·f + c als

$$m = \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} f_i \cdot U_i - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} U_i\right)}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} f_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i\right)^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot U_i - n \cdot \bar{f} \cdot \bar{U}}{\sum_{i=1}^{n} f_i^2 - n \cdot \bar{f}^2},$$

mit der Anzahl der Messungen n und den Mittelwerten der errechneten Frequenzen $\bar{f}$ und der LED-Durchfluss-Spannung $\bar{U}$, die durch die Gleichungen

$$\bar{f} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} f_i \quad \text{und} \quad \bar{U} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} U_i$$

gegeben sind.

Fehlerabschätzung:

Ein Maß für die Güte unserer Anpassung ist durch die Standardabweichung s_m der Steigung m gegeben:

$$s_m^{\ 2} = \frac{1}{n-2} \cdot \frac{n \cdot \sum_{i=1}^{n} (U_i - c - m \cdot f_i)^2}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} f_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i\right)^2}.$$

Zu ihrer Berechnung benötigen wir noch den y-Achsenabschnitt (eigentlich Ordinatenabschnitt) c, der durch

$$c = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} f_i^2\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} U_i\right) - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i\right) \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot U_i\right)}{n \cdot \sum_{i=1}^{n} f_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} f_i\right)^2} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} f_i^2\right) \cdot \bar{U} - \bar{f} \cdot \left(\sum_{i=1}^{n} f_i \cdot U_i\right)}{\sum_{i=1}^{n} f_i^2 - n \cdot \bar{f}^2}$$

gegeben ist. Mit den oben angegeben Werten erhalten wir dann eine Standardabweichung der Geradensteigung von $s_m = 0{,}2 \cdot 10^{-15}$ V/Hz, womit wir für das Planck'sche Wirkungsquantum eine Unsicherheit von

$$s_h = s_m \cdot e = 0{,}2 \cdot 10^{-15} \, \frac{\text{V}}{\text{Hz}} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ C} = 0{,}3 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

angeben können. Der Wert ist deutlich kleiner als der zuvor mit der Methode der extremen Geraden berechnete. Er spiegelt auch nur statistische Unsicherheiten wieder und trägt den zahlreichen Annahmen nicht Rechnung.

Die Rechnungen im vorliegenden Teil der Versuchsauswertung sind umfangreich und fehleranfällig. Zur Erleichterung besitzen heute alle wissenschaftlichen Taschenrechner grundlegende Statistikfunktionen, die nach der Eingabe der Messwerte zumindest die Ausgabe der obigen Summenausdrücke beherrschen. Für eine detaillierte, statistische Auswertung empfiehlt sich jedoch die Verwendung einer Datenanalyse- und Visualisierungssoftware.

Schüler Experimente

NTL Manufacturer & Wholesaler

Werner von Siemensstraße 1
A - 7343 Neutal
Austria

www.ntl.at